

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres podstawowy.

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
2	Funkcja wykładnicza i jej własności
3	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
4	Równania wykładnicze
5	Nierówności wykładnicze

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrię względem osi układu (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor)	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrię względem osi układu	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości/monotoniczności funkcji	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Logarytm – powtórzenie wiadomości
2	Funkcja logarytmiczna
3	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
4	Równania logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S_0$ , przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach
potrafi wykorzystać funkcję logarymiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi wykorzystać własności funkcji logarymicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarymicznej	potrafi wykorzystać funkcję logarymiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarymicznej	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarymicznych
potrafi szkicować wykresy funkcji logarymicznych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności] stosując własności funkcji logarymicznych oraz poznane twierdzenia
	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarymiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;
	potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy

## WYKRACZAJĄCE

## W

<i>potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;</i>
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarymiczne z parametrem;
potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$ )
potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarymicznej



### III. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa
4	Wariancja i odchylenie standardowe

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
zna i rozumie pojęcie skali centylowej	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;
zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego,	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	potrafi korzystać ze skali centylowej
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych
potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych	potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne
oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób	

rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona

potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej

#### IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Zmienna losowa. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	potrafi podać rozkład zmiennej losowej

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;	stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności

## DOPEŁNIAJĄCE

R

Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności

oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa

D

prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

## V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Gnaniastostupy
6	Ostrostupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

Uczeń:

## PODSTAWOWE

K

P

potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni

potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni

potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni

rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę

umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny

umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn

rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny

potrafi sprawdzić, czy istnieje gnaniastostup o danej liczbie krawędzi

oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa

stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni gnaniastostupa oraz ostrostupa

oblicza długości przekątnych gnaniastostupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii

oblicza objętość gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa prawidłowego

oblicza objętość gnaniastostupa pochyłego

oblicza pole powierzchni ostrostupa mając daną jego siatkę





PODSTAWOWE

K	P
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"	
zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa	
zna podział graniastosłupów	
umie narysować siatki graniastosłupów prostych	
potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment	
potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment	
zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;	
zna podział ostrosłupów;	
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych, typowych zadaniach	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni	przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa
rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii	przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	

oblicza objętości graniastopów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	
potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;	
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju graniastopu daną płaszczyzną (graniastopu, ostrosłupa)	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

#### WYKRACZAJĄCE

#### W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył

## VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
rozumie określenie "przekrój osiowy walca"	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań
rozumie pojęcie objętości bryły	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;	potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostroślup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostroślup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.);
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył

wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego

