**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 4**

**ZAKRES PODSTAWOWY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

**Uczeń powinien otrzymać ocenę:**

**dopuszczającą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

**dostateczną**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

**dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

**bardzo dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

**celującą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

**Uwaga:**

* Kolorem  żółtym oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem   
  z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
* Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres podstawowy.

1. **FUNKCJA WYKŁADNICZA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie |
| **2** | Funkcja wykładnicza i jej własności |
| **3** | Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych |
| **4** | Równania wykładnicze |
| **5** | Nierówności wykładnicze |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; |  |
| zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych  i stosuje je w obliczeniach; |  |
| zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach; |  |
| potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; |  |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie |
| stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań | potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi |
| zna definicję funkcji wykładniczej | potrafi porównywać potęgi |
| potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji | potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu |
| potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów | potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor (złożenie przekształceń) |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych  (przesunięcie równoległe o dany wektor) |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor |  |
| zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej |  |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; | potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; |
| sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym  i odwrotnie; | porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki; |
| sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; |  |
| potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias; |  |
|  | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania |
| potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych |
| potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych | potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg |  |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając  z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych |  |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając  z różnowartościowości/monotoniczności funkcji |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych |

1. **FUNKCJA LOGARYTMICZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Logarytm – powtórzenie wiadomości |
| **2** | Funkcja logarytmiczna |
| **3** | Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych |
| **4** | Równania logarytmiczne |
| **5** | Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; | potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi; |
| zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana; | potrafi zamienić podstawę logarytmu; |
| zna pojęcie logarytmu dziesiętnego; |  |
| potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy | stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu |
| zna definicję funkcji logarytmicznej; | zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń |
| potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu |
| potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; | podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; | potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć log220 wiedząc, że log25 = p) |
| potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; | potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (przesunięcie równoległe o dany wektor); | potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; |
|  | potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; |
|  | rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) |
|  | posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; | potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu; |
| rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami; |  |
| potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu  i potęgi do udowadniania równości wyrażeń | potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach |
| potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym | potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia |
|  | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą; |
|  | potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; |
| potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. log23) |
| potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej |

1. **ELEMENTY STATYSTYKI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej |
| **2** | Średnia z próby |
| **3** | Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) | potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów |
|  | potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; |
| zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej | potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę |
| potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów  i wykresów | wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną |
| potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; | wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę |
| potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne. |  |
| potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych | wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami |
| wyznacza medianę i dominantę zestawu danych | wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych |
| potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami | stosuje w zadaniach średnią ważoną |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności. | potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach zadaniach |
| oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych  w niestandardowy sposób | wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne |
| rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona |  |

1. **RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Doświadczenie losowe |
| **2** | Zdarzenia. Działania na zdarzeniach |
| **3** | Określenie prawdopodobieństwa |
| **4** | Prawdopodobieństwo klasyczne |
| **5** | Doświadczenie losowe wieloetapowe |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; | wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń |
| potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu; | potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń |
| zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń | potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają |
| potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań; | zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; |
| zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa | rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego; |
| umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego | wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach |
| potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się | potrafi podać rozkład zmiennej losowej |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| umie udowodnić własności prawdopodobieństwa; | stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; | oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych |
| rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności | rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności |
| Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje  i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń  w zadaniach o średnim stopniu trudności | prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. |

1. **GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIELOŚCIANY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne. |
| **2** | Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. |
| **3** | Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę |
| **4** | Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny. |
| **5** | Graniastosłupy |
| **6** | Ostrosłupy |
| **7** | Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu |
| **8** | Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni | potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi |
| potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni | oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa |
| potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni | stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa |
| rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę | oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii |
| umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny | oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego |
| umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn | oblicza objętość graniastosłupa pochyłego |
| rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny | oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych | potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta; |
| rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną |  |
| rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego” |  |
| zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa |  |
| zna podział graniastosłupów |  |
| umie narysować siatki graniastosłupów prostych |  |
| potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment |  |
| potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment |  |
| zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; |  |
| zna podział ostrosłupów; |  |
| umie narysować siatki ostrosłupów prostych; |  |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów; |  |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; |  |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów |  |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych, typowych zadaniach |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych  w przestrzeni | przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny |
| stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego |
| stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa |
| rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą  a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii | przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych |
| rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego |  |
| oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii |  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył  o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; |  |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył |

1. **GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Walec |
| **2** | Stożek |
| **3** | Kula i sfera |
| **4** | Bryły obrotowe – zadania różne |
| **5** | Podobieństwo figur w przestrzeni |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej |
| rozumie określenie “przekrój osiowy walca” | rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka |
| zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka; | stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca) |
| rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów | wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych |
| zna określenie kuli | potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych  w rozwiązaniach prostych zadań |
| rozumie pojęcie objętości bryły |  |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną; | potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.); |
| potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli); | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca) |
| potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych  w rozwiązaniach zadań |  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył  o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; |  |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył |
| wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego |